

ПРЕДМЕТ

**КВАНТИТАТИВНЕ МЕТОДЕ ЗА ЗДРАВСТВЕНЕ ОРГАНИЗАЦИЈЕ**

**ВЕЖБА БРОЈ 3**

**СТУДЕНТОВА t РАСПОДЕЛА**

Copyright © 2018 – Факултет медицинских наука Универзитета у Крагујевцу. Сва права задржана. Без претходне писмене дозволе од стране Факултета медицинских наука забрањена је репродукција, трансфер, дистрибуција или меморисање неког дела или читавих садржаја овог документа, копирањем, снимањем, електронским путем, скенирањем или на било који други начин.

Copyright © 2018 – Faculty of Medical Sciences of University of Kragujevac. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying,, recording, scanning or otherwise, without the prior written permission of Faculty of Medical Sciences.

**САДРЖАЈ**

7.0 Упарени t-тест

(***Paired-Samples T Test***)

8.0 Тестирање хипотезе о једнакости средњих вредности – Независни t-тест

(***Independent Samples T Test***)

9.0 Тестирање хипотезе о средњој вредности

(***One Sample T Test***)

10.0 Једнофакторска АНОВА различитих група с накнадним тестовима

(*One-Way ANOVA*)

**7.0 Упарени t-тест **

**Примена**: У медицинској пракси често се срећемо са узорцима који су у корелацији. Т-тест упарених узорака (или поновљених мерења) употребљавамо када имамо само једну групу људи (или предузећа, или машина итд.), а њихове податке прикупљамо у два наврата или под два различита услова. (најчешће пре неког третмана и после третмана, пре и после неке интервенције, пре и после апликације неке супстанце итд). T-тест упарених узорака показује да ли постоји статистички значајна разлика у средњим вредностима резултата добијених у тренутку 1 и тренутку 2.

Ово је параметарски тест. Одговарајући непараметарски тест је Wilcoxon-ов тест.

Овај тест се примењује када измерене вредности **прате нормалну расподелу**.

**Поступак**: У овом поступку емпиријски подаци морају представљати парове (два мерења код исте особе или еквивалентних парова). Значајност разлике се одређује на следећи начин:

1. Постави се нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 

2. Израчуна се разлика ***d*** за сваки пар. Одузме се вредност „после“ од вредности „пре“.

3. Рачуна се аритметичка средина разлика: 

Све се рачуна са припадајућим предзнаком.

4. 

5. Статистика теста: 

6. Из табелe се очитава критична вредност за .  - број парова  - ниво значајности

7. Пореде се ове две вредности за 

 - одбацује се хипотеза  - постоји статистички значајна разлика.

 - прихвата се хипотеза  - не постоји статистички значајна разлика.

**Напомена**: Пореди се апсолутна вредност за .

Табела за Студентову t-расподелу (вредности  за које је )

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 |
| 1 | 6,314 | 12,606 | 31,821 | 65,657 |
| 2 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 |
| 3 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 |
| 4 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 |
| 5 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 |
| 6 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 |
| 7 | 1,895 | 2,365 | 2,298 | 3,499 |
| 8 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 |
| 9 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 |
| 10 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 |
| 11 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 |
| 12 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 13 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 14 | 1,761 | 2,145 | 2,620 | 2,977 |
| 15 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 16 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 17 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 18 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 19 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| 20 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |
| 21 | 1,725 | 2,080 | 2,512 | 2,831 |
| 22 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 |
| 23 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 |
| 24 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 |
| 25 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 |
| 26 | 1,706 | 2,056 | 2,476 | 2,779 |
| 27 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 |
| 28 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 |
| 29 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 |
| 30 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 |
|  | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 |

Поступак читања вредности из табеле:

Критична вредност :



**Поступак у SPSS-у**:

У примеру истражићемо утицај интервенције која је требало да повећа самопоуздање студената у погледу њихове способности да овладају статистиком. Од студената је било тражено да попуне тест за испитивање страха од статистике и пре и после интервенције.

За овај пример користићемо датотеку с подацима ***experim3ED.sav***.

**Поступак обављања t-теста упарених узорака**:

1. У оквиру менија **Analyze** изабрати ставку **Compare Means** па кликнути на **Paired Samples T test**.

2. Кликнути на две променљиве чије поређење желимо за сваког испитаника (на пример, fost1 – страх од статистике у тренутку 1, fost2 – страх од статистике у тренутку 2).

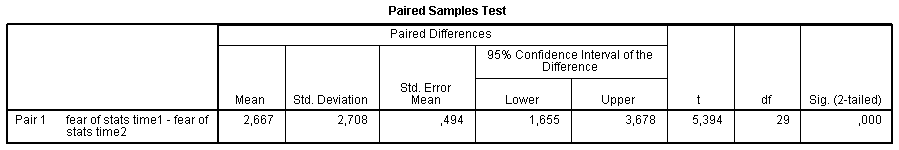
3. Када су обе променљиве изабране, треба их пребацити у поље **Paired Variables** кликом на дугме са стрелицом, а затим кликнути на дугме **OK**.

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2 | Untitled2 |

**Добијени резултати**:

| **Paired Samples Statistics** | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Mean | N | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| Pair 1 | fear of stats time1 | 40,17 | 30 | 5,160 | ,942 |
| fear of stats time2 | 37,50 | 30 | 5,151 | ,940 |

| **Paired Samples Correlations** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | N | Correlation | Sig. |
| Pair 1 | fear of stats time1 & fear of stats time2 | 30 | ,862 | ,000 |



**Тумачење резултата**:

У табели **Paired Samples Test** у последњој колони са заглављем **Sig. (2-tailed)** налази се тражена вероватноћа доношења погрешног закључка. Када је та вредност мања од 0,05 треба закључити да постоји значајна разлика између два резултата. У нашем примеру вероватноћа је 0,000 (заокруживање је на три децимале) па **закључујемо да постоји значајна разлика у резултатима испитивања страха од статистике добијеним пре и после интервенције**.

Пошто смо установили да постоји значајна разлика, у следећем кораку треба утврдити који скуп резултата садржи веће средње вредности (онај добијен у тренутку 1 или у тренутку 2). То ћемо урадити прегледом табеле **Paired Samples Statistics**. У њој су средње вредности (**Mean**) израчунате за оба скупа резултата појединачно. У нашем примеру, страх од статистике у тренутку 1 просечно износи 40,17%, док у тренутку 2 износи 37,50%. Закључујемо да су се резултати испитивања страха од статистике значајно смањили од тренутка 1 до тренутка 2.

**Израчунавање величине утицаја**:

Ета квадрат се добија помоћу формуле:



Смернице за тумачење ове величине гласе (Cohen, 1988):

0,01 – мали утицај,

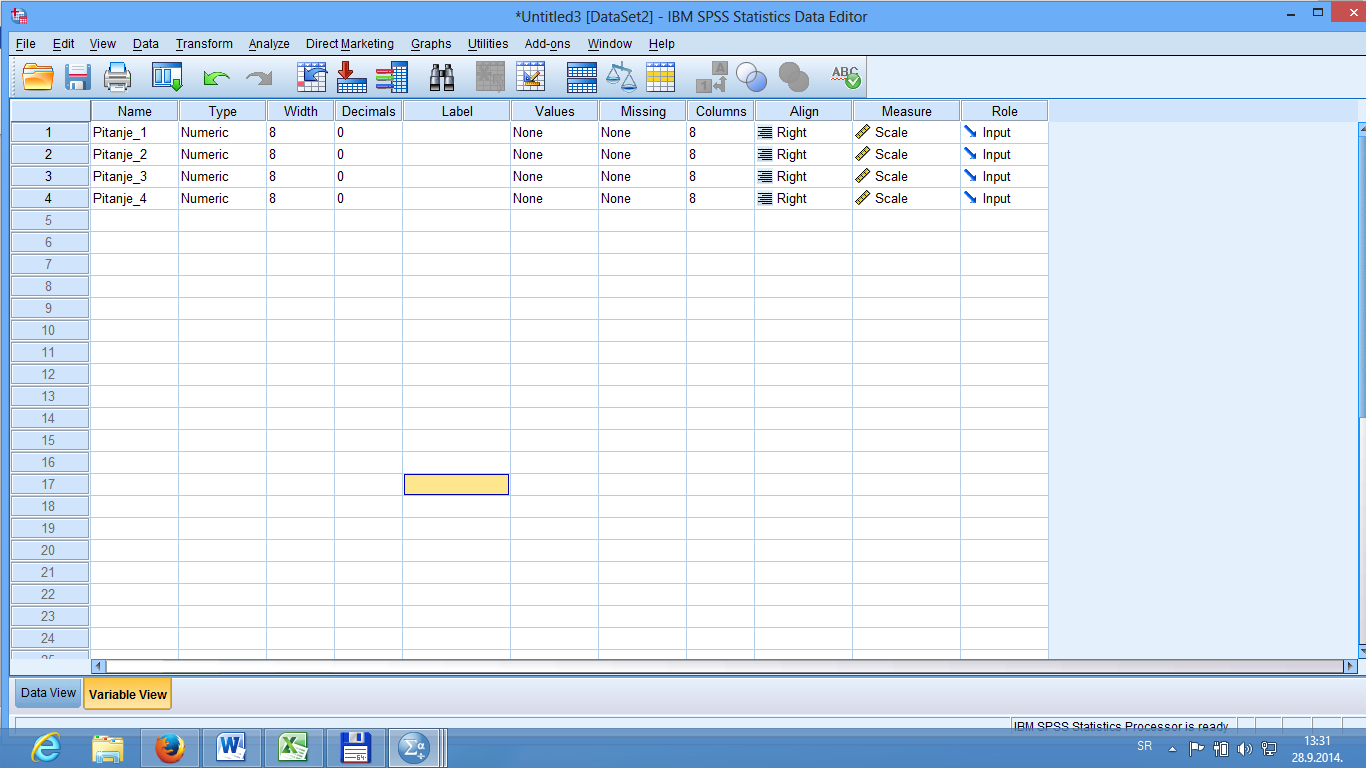
0,06 – средњи утицај,

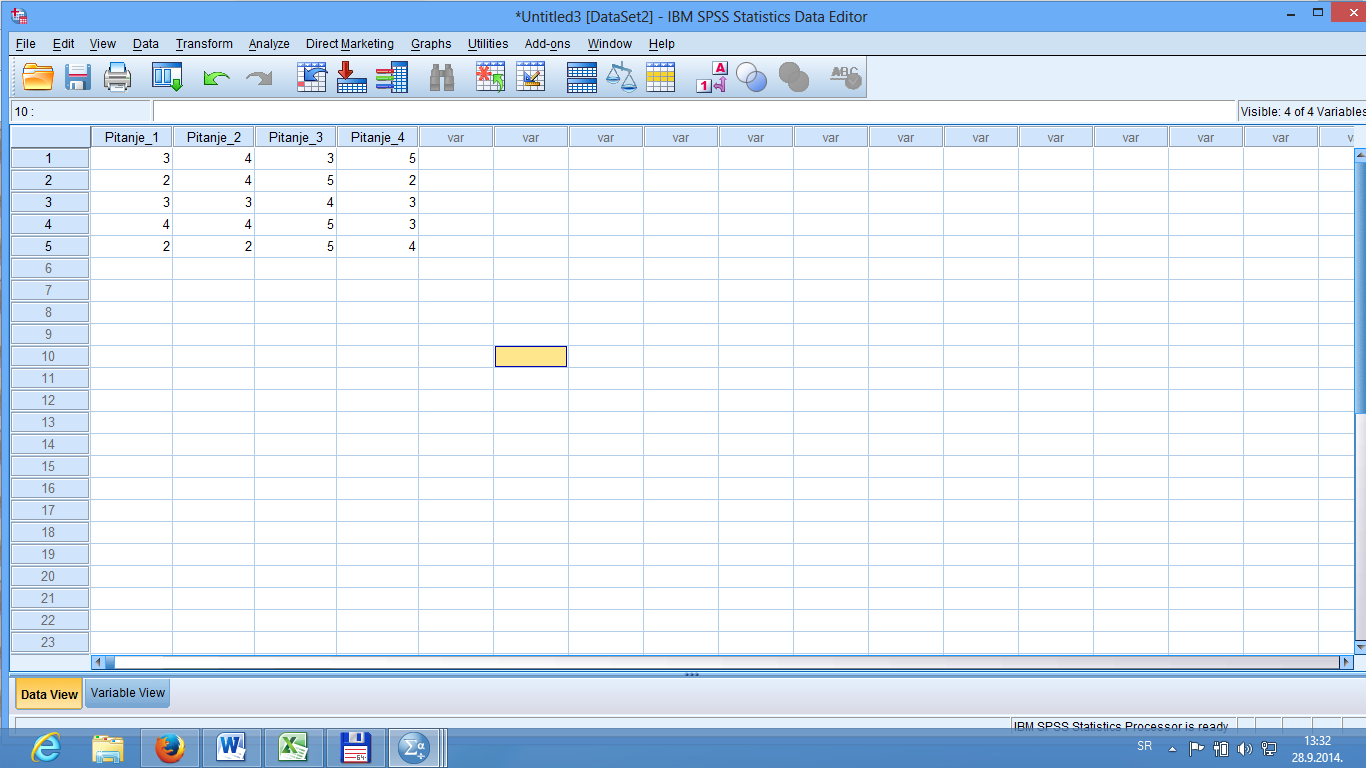
0,14 – велики утицај.

Пошто смо добили 0,50, закључујемо да је веома велика разлика између резултата испитивања страха од статистике добијених пре и после интервенције.

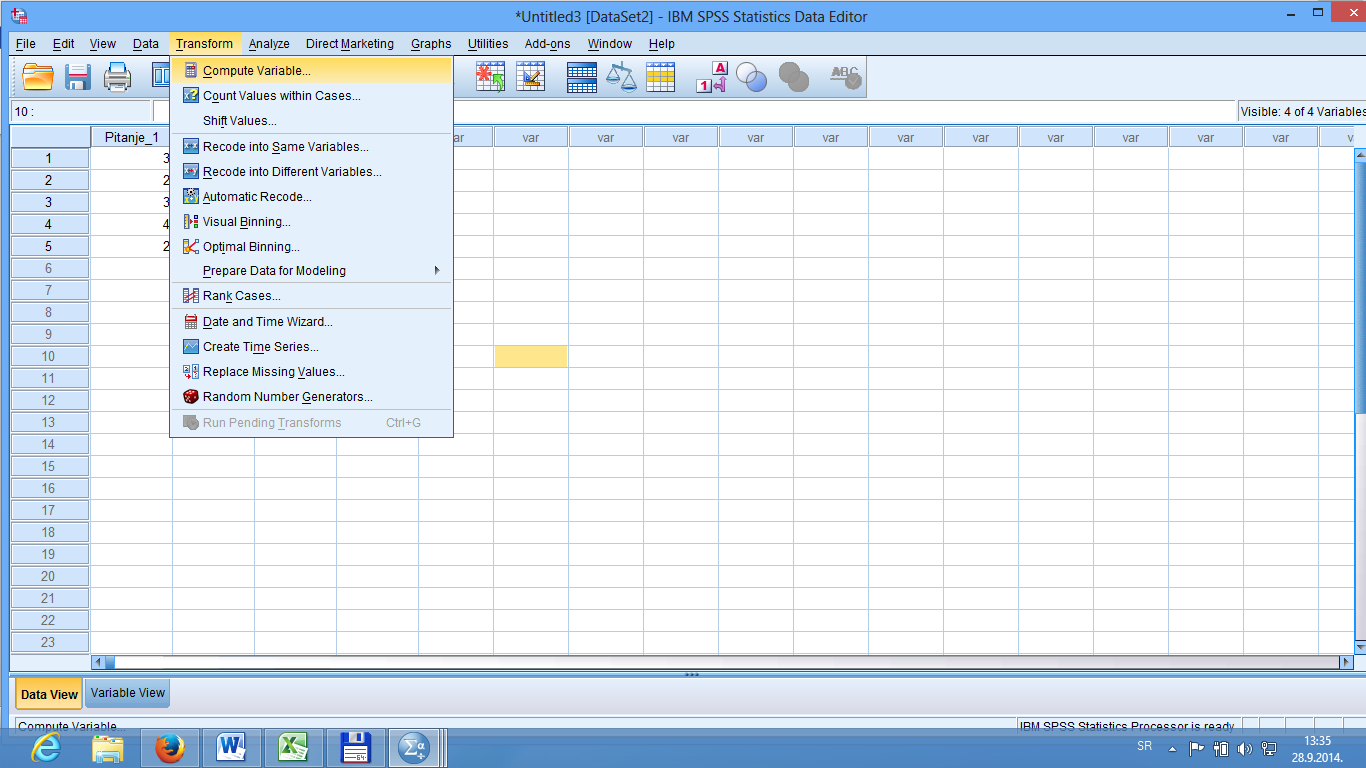
# Рачунање нове променљиве

За овај пример направићемо датотеку с подацима која садржи одговоре на четири питања који имају вредности од 1 до 5 а потребно је да израчунамо нову променљиву која представља збир одговора постојеће четири променљиве.

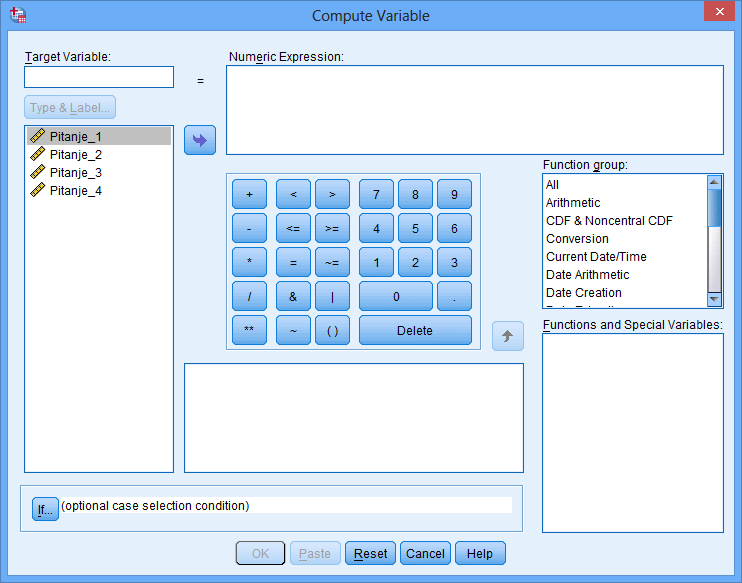




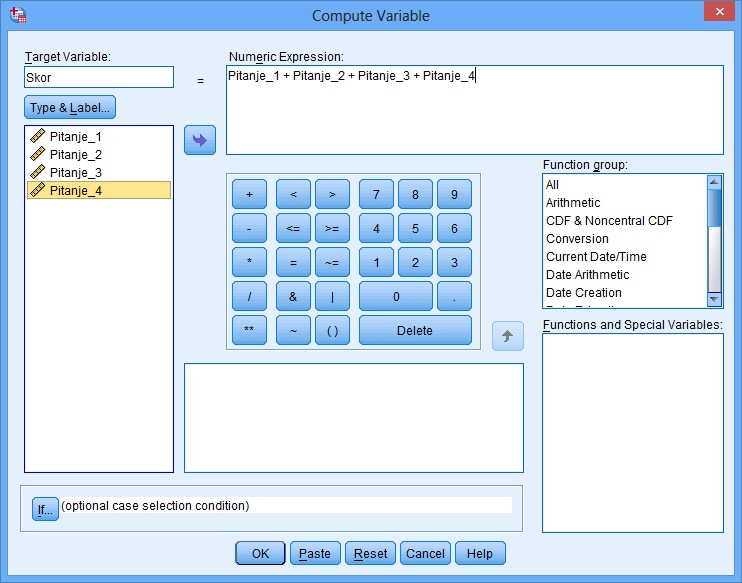
1. Бирамо падајући мени **Transform** и у оквиру њега ставку **Compute Variable**.



2. Отвара се оквир за дијалог **Compute Variable.**

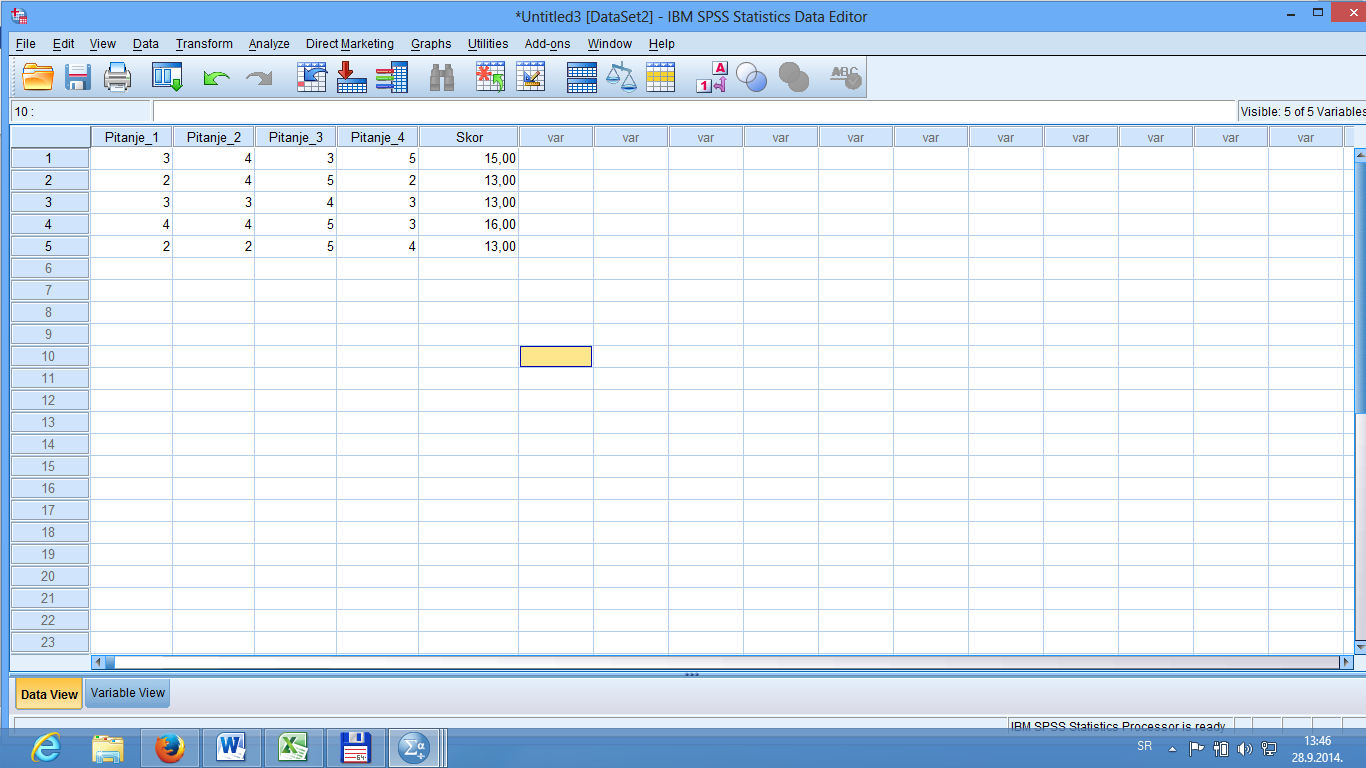


3. У поље **Target Variable** уносимо одговарајући назив нове промељиве, на пример **Скор**. Бирамо прву ставку из изворне листе промељивих (Pitanje\_1) и притиском на дугме са стрелицом удесно пребацујемо је у поље **Numeric Expression**. Затим се притисне знак за сабирање + и ово понови за преостале три промељиве.



4. Притиснути дугме **ОК**.

Прећи на поглед са подацима и погледати вредности за нову варијаблу.



**Пример 1**:

Из једне популације узет је на случајан начин узорак од 10 испитаника и мерен им је ниво хемоглобина. После двонедељног боравка на планини поново им је мерен ниво хемоглобина при чему је добијено:

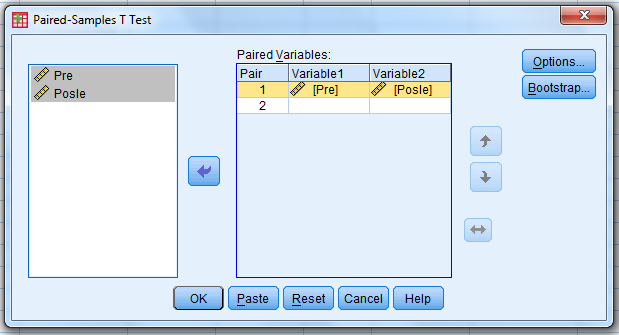
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пре одласка | 120 | 100 | 110 | 90 | 85 | 95 | 100 | 130 | 95 | 80 |
| После доласка | 130 | 90 | 100 | 100 | 170 | 110 | 105 | 110 | 100 | 90 |

Ако разлика у вредностима хемоглобина има нормалну расподелу, испитати да ли су разлике у вредностима хемоглобина пре и после одласка на планину статистички значајне.

**Решење**:

|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → Paired-Samples T Test  Две непрекидне променљиве је потребно истовремено пребацити у прозор **Paired Variables** (не може једна по једна) и кликнути на **OK**. |

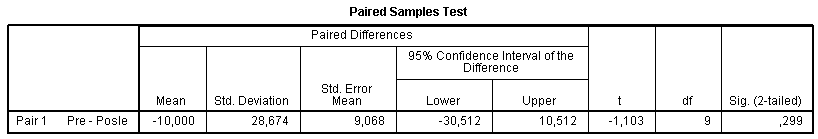
|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2  Data View | Untitled2  Variable View |



**Решење**:

| **Paired Samples Statistics** | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Mean | N | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| Pair 1 | Pre | 100,50 | 10 | 15,537 | 4,913 |
| Posle | 110,50 | 10 | 23,857 | 7,544 |

| **Paired Samples Correlations** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | N | Correlation | Sig. |
| Pair 1 | Pre & Posle | 10 | -,016 | ,966 |



**Тумачење**:

0,299>0,050 **→** Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Не постоји статистички значајна разлика у вредностима хемоглобина пре и после одласка на планину**.

**Решење**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пре одласка | 120 | 100 | 110 | 90 | 85 | 95 | 100 | 130 | 95 | 80 |
| После доласка | 130 | 90 | 100 | 100 | 170 | 110 | 105 | 110 | 100 | 90 |
| Разлика | -10 | 10 | 10 | -10 | -85 | -15 | -5 | 20 | -5 | -10 |

Нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 







Из табеле се очитава критична вредност за :



Поредимо ове две вредности:  → Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: Не постоји статистички значајна разлика у вредностима хемоглобина пре и после одласка на планину.

**Пример 2**:

Из популације испитаника који болују од тромбоцитопеније изабрана је, на случајан начин, група од 6 испитаника. Добијени су следећи подаци пре и после узимања лека:

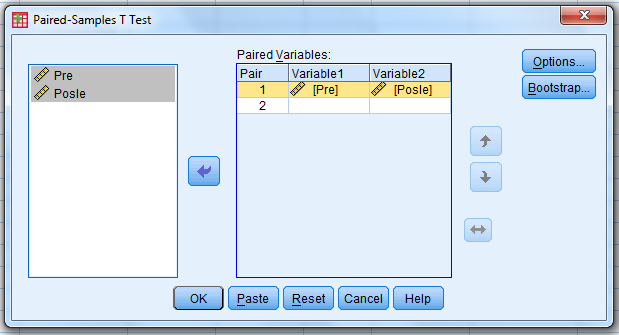
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пре терапије | 88 | 120 | 92 | 107 | 106 | 99 |
| После терапије | 150 | 170 | 144 | 155 | 170 | 145 |

Ако разлика има нормалну расподелу, испитати да ли је лек ефикасан.

**Решење**:

|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → Paired-Samples T Test  Две непрекидне променљиве је потребно истовремено пребацити у прозор **Paired Variables** (не може једна по једна) и кликнути на **OK**. |

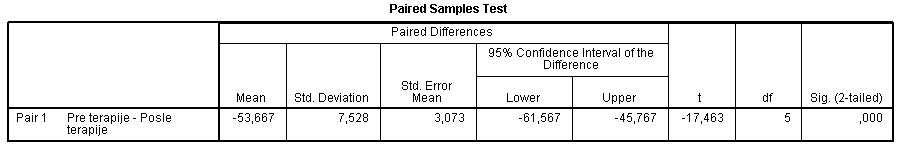
|  |  |
| --- | --- |
| Untitled  Data View | Untitled  Variable View |



**Решење**:

| **Paired Samples Statistics** | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Mean | N | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| Pair 1 | Pre terapije | 102,00 | 6 | 11,576 | 4,726 |
| Posle terapije | 155,67 | 6 | 11,776 | 4,807 |

| **Paired Samples Correlations** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | N | Correlation | Sig. |
| Pair 1 | Pre terapije & Posle terapije | 6 | ,792 | ,060 |



**Тумачење**:

0,000<0,050 **→** Не прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Постоји статистички значајна разлика у вредностима пре и после узимања лека, односно лек је ефикасан**.

**Решење**:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пре терапије | 88 | 120 | 92 | 107 | 106 | 99 |
| После терапије | 150 | 170 | 144 | 155 | 170 | 145 |
| Разлика | -62 | -50 | -52 | -48 | -64 | -46 |

Нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 







Из табеле се очитава критична вредност за :



Поредимо ове две вредности:  → Не прихвата се хипотеза .

**Закључак**: Постоји статистички значајна разлика, односно **лек је ефикасан**.

**8.0 T-тест независних узорака** 

**Примена**: Т-тест независних узорака се употребљава за поређење средње вредности неке непрекидне променљиве у две различите групе субјеката.

Ово је параметарски тест. Одговарајући непараметарски тест је Mann Whitney-ев U тест.

Услов за примену овог теста је да дато обележје **има нормалну расподелу** у обе популације и да су дисперзије узорака једнаке.

**Поступак**:

1. Постави се нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 

2. Израчуна се аритметичка средина за сваки узорак ( и ).

 и 

3. Израчунају се вредности:  и 

5. Статистика теста: 

Статистика теста има Студентову расподелу са  степени слободе.

6. Из табеле се очитава критична вредност за .

 и  - број узорака

 - ниво значајности

7. Пореде се ове две вредности:

 - одбацује се хипотеза  - постоји статистички значајна разлика.

 - прихвата се хипотеза  - не постоји статистички значајна разлика.

**Напомена**: Пореди се апсолутна вредност за .

Табела за Студентову t-расподелу (вредности  за које је )

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 |
| 1 | 6,314 | 12,606 | 31,821 | 65,657 |
| 2 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 |
| 3 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 |
| 4 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 |
| 5 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 |
| 6 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 |
| 7 | 1,895 | 2,365 | 2,298 | 3,499 |
| 8 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 |
| 9 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 |
| 10 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 |
| 11 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 |
| 12 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 13 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 14 | 1,761 | 2,145 | 2,620 | 2,977 |
| 15 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 16 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 17 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 18 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 19 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| 20 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |
| 21 | 1,725 | 2,080 | 2,512 | 2,831 |
| 22 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 |
| 23 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 |
| 24 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 |
| 25 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 |
| 26 | 1,706 | 2,056 | 2,476 | 2,779 |
| 27 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 |
| 28 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 |
| 29 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 |
| 30 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 |
|  | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 |

Поступак читања вредности из табеле:

Број степени слободе: 

Ниво значајности: 

Критична вредност: 

**Поступак у SPSS-у**:

Као пример овог теста поредићемо разлике између полова у измереном нивоу самопоштовања. За овај тест су нам потребне две променљиве, једна категоријска (независна) на пример, пол / sex, где су мушкарци шифровани са 1 а жене са 2 и друга непрекидна (зависна) на пример, укупни ниво самопоштовања / tslfest.

Т-тест независних узорака показује да ли постоји статистички значајна разлика у просечном резултату мерења неког обележја у две групе, тј. да ли се мушкарци и жене значајно разликују по нивоу самопоштовања.

За овај пример користићемо датотеку с подацима ***survey3ED.sav***.

**Поступак обављања t-теста независних узорака**:

1. У оквиру менија **Analyze** изабрати ставку **Compare Means** па кликнути на **Independent Samples T Test**.

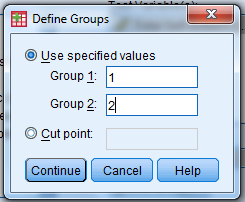
2. Кликнути на одабрану зависну (непрекидну) променљиву (на пример, укупно самопоштовање / tslfest) и пребацити је у поље **Test Variable**.

3. Кликнути на одабрану независну (категоријску) променљиву (на пример, пол / sex) и пребацити је у поље **Grouping variable**.

4. Кликнути на дугме **Define groups** и уписати бројеве помоћу којих су групе шифроване у скупу података. У нашем примеру 1=мушкарци а 2=жене па уносимо у поље Group 1 вредност 1 а у поље Group 2 вредност 2.

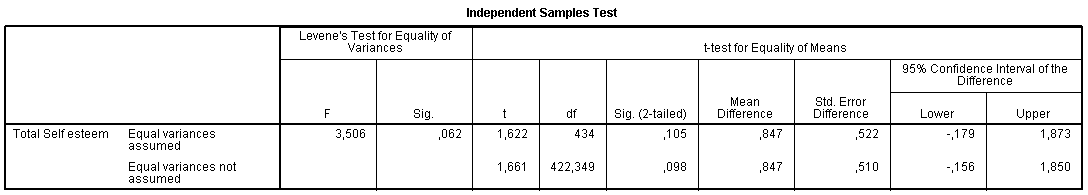
5. Кликнути на дугме **Continue** а затим и на дугме **OK**.

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2 | Untitled2 |



**Добијени резултати**:

| **Group Statistics** | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | sex | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| Total Self esteem | MALES | 184 | 34,02 | 4,911 | ,362 |
| FEMALES | 252 | 33,17 | 5,705 | ,359 |



**Тумачење резултата**:

Да бисмо утврдили постоји ли значајна разлика између две групе, треба погледати колону **Sig. (2-tailed)** у одељку.**t-test for Equality of Means**. Дате су две вредности, прва за случај једнаких варијанси, друга за неједнаке варијансе.

|  |
| --- |
| Када је величина **Sig.** у одељку **Levene’s Test for Equality of Variance**, већа од 0,05 треба употребити први ред табеле, израчунат за случај једнаких варијанси (**Equal variance assumed**).  Када ниво значајности Левенеовог теста износи 0,05 или мање, то значи да варијансе две групе нису једнаке. Треба употребити другу врсту табеле резултата t-теста, израчунату без претпостављања једнакости варијанси (Equal variance not assumed). |

Када је број у колони **Sig. (2-tailed)** једнак или мањи од 0,05, тада постоји значајна разлика између средњих вредности зависне променљиве у свакој од две групе.

Када је број изнад 0,05, разлика између две групе није значајна, већ случајна.

У нашем примеру број у колони **Sig. (2-tailed)** износи 0,105. Пошто је та вредност већа од граничне вредности 0,05 треба закључити да не постоји статистички значајна разлика између средњих вредности самопоштовања жена и мушкараца.

**Израчунавање величине утицаја**:

Величина утицаја се процењује помоћу више показатеља, од којих се најчешће употребљавају ета квадрат и Коенов д. Ета квадрат може имати вредност у опсегу од 0 до 1, и представља пропорцију варијансе у зависној променљивој објашњену независном променљивом. SPSS не израчунава показатељ ета квадрат у t-тестовима, али га можемо сами израчунати помоћу добијених резултата.

Ета квадрат се добија помоћу формуле:



Смернице за тумачење ове величине гласе (Cohen, 1988):

0,01 – мали утицај,

0,06 – средњи утицај,

0,14 – велики утицај.

Пошто смо добили 0,006, закључујемо да је веома мали утицај.

**Пример 1**:

Из два града су на случајан начин одређени испитаници и мерен им је хормон ФТ4. Доказано је да расподела хормона у оба града има нормалну расподелу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Град 1 | 10 | 14 | 17 | 9 | 16 | 14 |  |
| Град 2 | 9 | 10 | 12 | 12 | 14 | 17 | 14 |

Испитати да ли се средње вредности хормона ФТ4 у градовима 1 и 2 значајно разликују.

**Решење**:

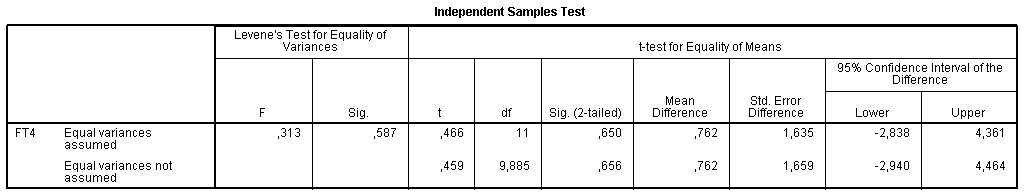
|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → Independent Samples T Test  Непрекидну променљиву пребацити у прозор **Test Variable(s)**. Променљиву која одређује групе пребацити у прозор **Grouping Variable**. Кликнути на **Define Groups** а затим уписати бројеве група (на пример, 1 и 3). Кликнути на дугме **Continue** а затим и на **OK**. |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2  Data View | Untitled2  Untitled  Variable View |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2 | Untitled2 |

**Решење**:

| **Group Statistics** | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Grad | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| FT4 | 1 | 6 | 13,33 | 3,204 | 1,308 |
| 2 | 7 | 12,57 | 2,699 | 1,020 |



**Тумачење**:

**Levene’s Test for Equality of Variance → 0,587>0,050 → Equal variance assumed**

0,65>0,05 **→** Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Нема статистички значајне разлике између средњих вредности хормона ФТ4 у градовима 1 и 2**.

**Решење**:

Нулта хипотеза:  Алтернативна хипотеза: 













Критична вредност: 

Број степени слободе:  Ниво значајности: 

 **→** **Прихвата се хипотеза** .

**Закључак**: **Нема статистички значајне разлике између средњих вредности хормона ФТ4 у градовима 1 и 2**.

**Пример 2**:

Из групе испитаника који болују од болести А узет је узорак од 8 испитаника а из групе који болују од болести Б узет је узорак од 6 испитаника и одређен им је ниво гвожђа у серуму (има нормалну расподелу):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Болест А | 14 | 10 | 14 | 8 | 18 | 12 | 15 | 7 |
| Болест Б | 8 | 9 | 11 | 9 | 5 | 7 |  |  |

Да ли је разлика у нивоу гвожђа у серуму између ове две болести статистички значајна?

**Решење**:

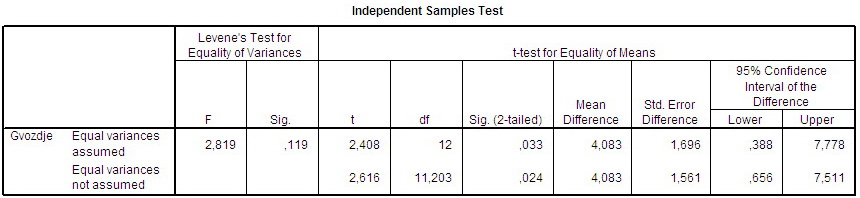
|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → Independent Samples T Test  Непрекидну променљиву пребацити у прозор **Test Variable(s)**. Променљиву која одређује групе пребацити у прозор **Grouping Variable**. Кликнути на **Define Groups** а затим уписати бројеве група (на пример, 1 и 3). Кликнути на дугме **Continue** а затим и на **OK**. |

|  |  |
| --- | --- |
| xxx  Data View | xxx  Untitled  Variable View |

|  |  |
| --- | --- |
| xxx | xxx |
|  |  |

**Group Statistics**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Bolest | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| Gvozdje | 1 | 8 | 12,25 | 3,732 | 1,319 |
| 2 | 6 | 8,17 | 2,041 | ,833 |



**Тумачење**:

**Levene’s Test for Equality of Variance → 0,119>0,050 → Equal variance assumed**

0,033<0,050 **→** Одбацује се хипотеза .

**Закључак**: **Разлика у нивоу гвожђа у серуму између ове две болести јесте статистички значајна.**

**Решење**:

Нулта хипотеза:  Алтернативна хипотеза: 















Критична вредност: 

Број степени слободе:  Ниво значајности: 

 **→** **Одбацује се хипотеза** .

**Закључак**: **Разлика у нивоу гвожђа у серуму између ове две болести јесте статистички значајна.**

**9.0 Тестирање хипотезе о средњој вредности **

**Примена**: Ово је параметарски тест и примењује се када измерене вредности **прате нормалну расподелу**.

**Поступак**: У овом поступку довољно је имати само једну групу података. Поступак је следећи:

1. Постави се нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 

 - средња вредност дата поставком задатка.

2. Рачуна се аритметичка средина :



 - број података

3. Израчунати :



4. Рачуна се статистика теста :



5. Из табеле се очитава критична вредност за .

 - број података

 - ниво значајности

6. Пореде се ове две вредности за 

 - одбацује се хипотеза  - средња вредност није једнака .

 - прихвата се хипотеза  - средња вредност јесте једнака .

Табела за Студентову t-расподелу (вредности  за које је 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 |
| 1 | 6,314 | 12,606 | 31,821 | 65,657 |
| 2 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 |
| 3 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 |
| 4 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 |
| 5 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 |
| 6 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 |
| 7 | 1,895 | 2,365 | 2,298 | 3,499 |
| 8 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 |
| 9 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 |
| 10 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 |
| 11 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 |
| 12 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 13 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 14 | 1,761 | 2,145 | 2,620 | 2,977 |
| 15 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 16 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 17 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 18 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 19 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| 20 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |
| 21 | 1,725 | 2,080 | 2,512 | 2,831 |
| 22 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 |
| 23 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 |
| 24 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 |
| 25 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 |
| 26 | 1,706 | 2,056 | 2,476 | 2,779 |
| 27 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 |
| 28 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 |
| 29 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 |
| 30 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 |
|  | 1,645 | 1,960 | 2,326 | 2,576 |

Поступак читања вредности из табеле:

Критична вредност :



**Пример 1:**

Користећи датотеку с подацима ***Sleep3ED.sav*** одредити да ли се може тврдити да је просечна старост испитаника 33 године.

|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → One Sample T Test  Непрекидну променљиву је потребно пребацити у прозор **Тест Variable(s)**. Вредност  уписати у прозор **Test Value** (где стоји нула).а затим кликнути на **OK**. |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2 |  |

**Решење**:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **One-Sample Statistics** | | | | |
|  | N | **Mean** | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| age | 439 | **37,44** | 13,202 | ,630 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **One-Sample Test** | | | | | | |
|  | **Test Value = 33** | | | | | |
| t | df | **Sig. (2-tailed)** | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| Lower | Upper |
| age | 7,042 | 438 | **,000** | 4,437 | 3,20 | 5,68 |

**Тумачење**:

0,000<0,050 **→** Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Не може се тврдити да је просечна старост испитаника 33 године**.

**Пример 2**:

У једном граду су на случајан начин одређени испитаници и мерен им је хормон ФТ4. Добијене су следеће вредности:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ФТ4 | 10 | 14 | 17 | 9 | 16 | 14 |

Доказано је да ФТ4 има нормалну расподелу. Да ли је тачна хипотеза да је средња вредност хормона у овом граду једнака 12?

**Решење**:

|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → One Sample T Test  Непрекидну променљиву је потребно пребацити у прозор **Тест Variable(s)**. Вредност  уписати у прозор **Test Value** (где стоји нула).а затим кликнути на **OK**. |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2  Data View | Untitled2  Variable View |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2 | Untitled2 |

**Решење**:

| **One-Sample Statistics** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| FT4 | 6 | 13,33 | 3,204 | 1,308 |

| **One-Sample Test** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Test Value = 12 | | | | | |
| t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| Lower | Upper |
| FT4 | 1,019 | 5 | ,355 | 1,333 | -2,03 | 4,70 |

**Тумачење**:

0,355>0,050 **→** Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Средња вредност хормона ФТ4 у овом граду једнака је 12**.

**Решење**:

Нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 







Из табеле се очитава критична вредност за :



Поредимо ове две вредности:  → Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Средња вредност хормона ФТ4 у овом граду једнака је 12**.

**Пример 3**:

Из групе испитаника који болују од анемије узет је узорак од 6 испитаника и одређен им је ниво гвожђа у серуму. Добијене су следеће вредности:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ниво гвожђа у серуму | 8 | 9 | 11 | 9 | 5 | 7 |

Доказано је да ниво гвожђа у серуму има нормалну расподелу. Да ли је тачно тврђење да је просечна вредност нивоа гвожђа у серуму једнака 9?

**Решење**:

|  |
| --- |
| Analyze → Compare Means → One Sample T Test  Непрекидну променљиву је потребно пребацити у прозор **Тест Variable(s)**. Вредност  уписати у прозор **Test Value** (где стоји нула).а затим кликнути на **OK**. |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled  Data View | Untitled  Variable View |

|  |  |
| --- | --- |
| Untitled2 | Untitled |

**Решење**:

| **One-Sample Statistics** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
| Nivo gvozdja u serumu | 6 | 8,17 | 2,041 | ,833 |

| **One-Sample Test** | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Test Value = 9 | | | | | |
| t | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| Lower | Upper |
| Nivo gvozdja u serumu | -1,000 | 5 | ,363 | -,833 | -2,98 | 1,31 |

**Тумачење**:

0,363>0,050 **→** Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Просечна вредност нивоа гвожђа у серуму једнака је 9**.

**Решење**:

Нулта хипотеза  Алтернативна хипотеза 







Из табеле се очитава критична вредност за :



Поредимо ове две вредности:  → Прихвата се хипотеза .

**Закључак**: **Просечна вредност нивоа гвожђа у серуму једнака је 9**.

**10.0** **Једнофакторска АНОВА различитих група с накнадним тестовима**

Употребљава се када имамо једну независну променљиву (груписања) с три или више група и једну зависну непрекидну променљиву. Непараметарска алтернатива је Крускал-Волисов тест.

**Пример 1**: Да ли се разликују резултати мерења оптимизма младих, средовечних и старијих испитаника?

|  |  |
| --- | --- |
| sl1.bmp |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Резултати:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Descriptives** | | | | | | | | |
| Total Optimism | | | | | | | | |
|  | **N** | Mean | Std. Deviation | Std. Error | 95% Confidence Interval for Mean | | Minimum | Maximum |
| Lower Bound | Upper Bound |
| 18 - 29 | **147** | 21,36 | 4,551 | ,375 | 20,62 | 22,10 | 7 | 30 |
| 30 - 44 | **153** | 22,10 | 4,147 | ,335 | 21,44 | 22,77 | 10 | 30 |
| 45+ | **135** | 22,96 | 4,485 | ,386 | 22,19 | 23,72 | 8 | 30 |
| Total | **435** | 22,12 | 4,429 | ,212 | 21,70 | 22,53 | 7 | 30 |

У овој табели дати су подаци о свакој групи (број испитаника, средње вредности, стандардно одступање...). Проверити да ли су тачни бројеви испитаника у свакој групи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Test of Homogeneity of Variances** | | | |
| Total Optimism | | | |
| Levene Statistic | df1 | df2 | **Sig.** |
| ,746 | 2 | 432 | **,475** |

Овде је приказан Левенов тест хомогности варијансе. помоћу којег испитујемо једнакост варијансе у резултатима у свакој од три групе. Величина значајности је 0,475 што је веће од 0,05 тако да нисмо прекршили претпоставку о једнакости варијансе.

Да је прекршена претпоставка о хомогености варијансе, онда би се резултати гледали из табеле Robust Tests of Equality of Means.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Robust Tests of Equality of Means** | | | | |
| Total Optimism | | | | |
|  | Statistica | df1 | df2 | Sig. |
| Welch | 4,380 | 2 | 284,508 | ,013 |
| Brown-Forsythe | 4,623 | 2 | 423,601 | ,010 |
| a. Asymptotically F distributed. | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ANOVA** | | | | | |
| Total Optimism | | | | | |
|  | **Sum of Squares** | df | Mean Square | F | **Sig.** |
| Between Groups | **179,069** | 2 | 89,535 | 4,641 | **,010** |
| Within Groups | **8333,951** | 432 | 19,292 |  |  |
| Total | **8513,021** | 434 |  |  |  |

С обзиром да је значајност 0,010 мања од 0,05, закључујемо да постоји статистички значајна разлика између средњих вредности оптимизма у ове три старосне групе.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Multiple Comparisons** | | | | | | |
| Dependent Variable: Total Optimism  Tukey HSD | | | | | | |
| (I) age 3 groups | (J) age 3 groups | Mean Difference (I-J) | Std. Error | Sig. | 95% Confidence Interval | |
| Lower Bound | Upper Bound |
| 18 - 29 | 30 - 44 | -,744 | ,507 | ,308 | -1,94 | ,45 |
| 45+ | -1,595\* | ,524 | **,007** | -2,83 | -,36 |
| 30 - 44 | 18 - 29 | ,744 | ,507 | ,308 | -,45 | 1,94 |
| 45+ | -,851 | ,519 | ,230 | -2,07 | ,37 |
| 45+ | 18 - 29 | 1,595\* | ,524 | **,007** | ,36 | 2,83 |
| 30 - 44 | ,851 | ,519 | ,230 | -,37 | 2,07 |
| \*. The mean difference is significant at the 0.05 level. | | | | | | |

Значајност је мања од 0,05 између група 18-29 и 45+, односно испитаници из ове две групе се значајно разликују по нивоу оптимизма.

Израчунавање величине утицаја:

Ета квадрат = Збир квадрата одступања различитих група / Укупан збир квадрата

Ета квадрат = 179,07 / 8513,02 = 0,02

По Коеновом критеријуму: 0,01 – мали утицај, 0,06 – средњи утицај и 0,14 – велики утицај.

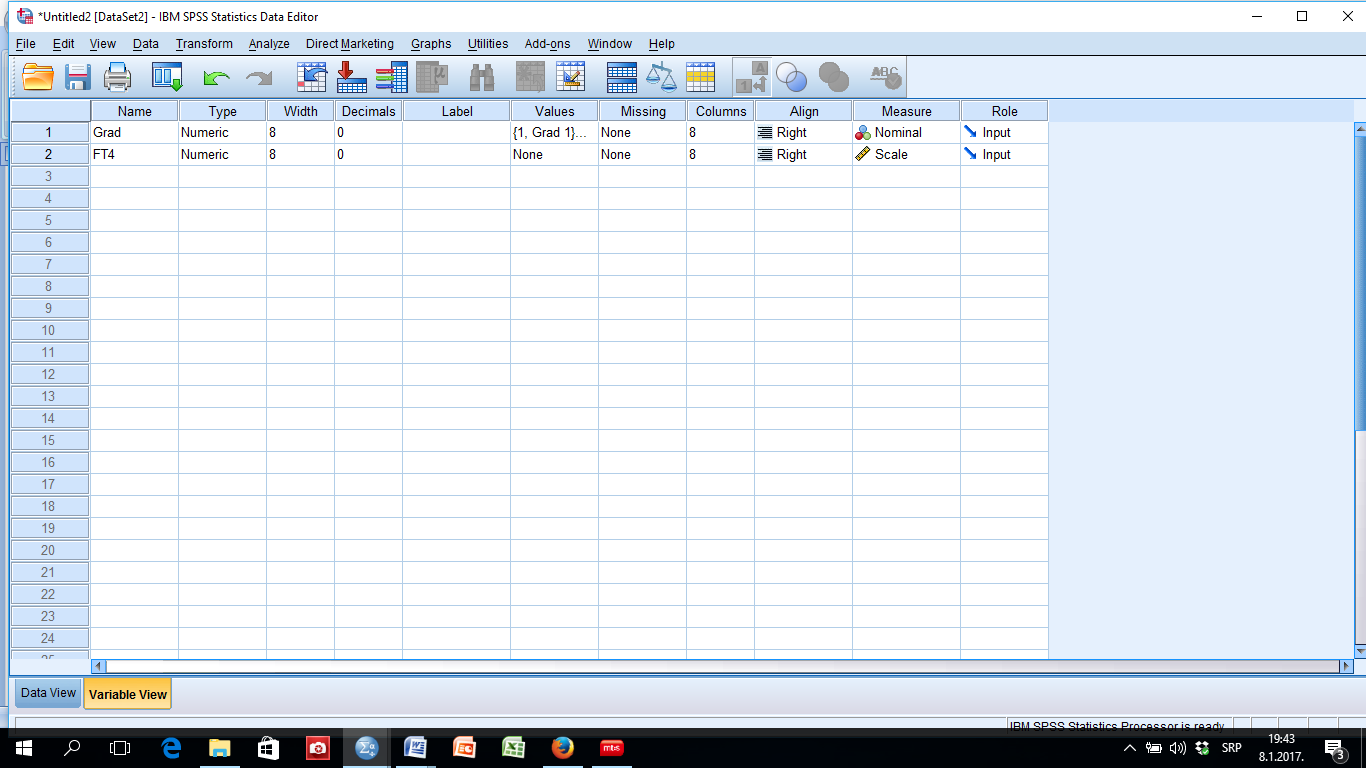
**У овом примеру смо добили статистички значајан резултат, али је стварни утицај разлике средњих вредности група врло мали (21,36; 22,10 и 22,96). Када је узорак довољно велик (435), сасвим мале разлике постају статистички значајне.**

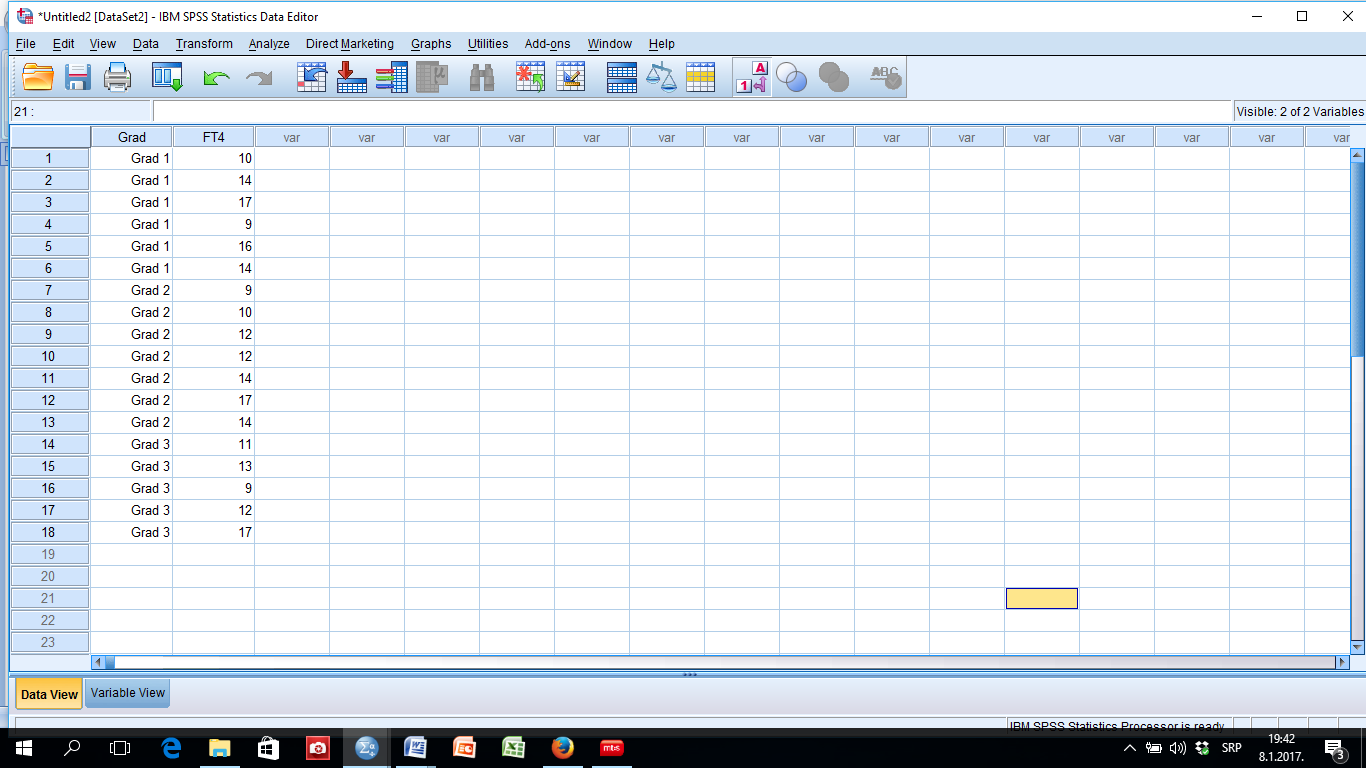
**Пример 2**:

Из три града су на случајан начин одређени испитаници и мерен им је хормон ФТ4. Доказано је да расподела хормона у оба града има нормалну расподелу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Град 1 | 10 | 14 | 17 | 9 | 16 | 14 |  |
| Град 2 | 9 | 10 | 12 | 12 | 14 | 17 | 14 |
| Град 3 | 11 | 13 | 9 | 12 | 17 |  |  |

Испитати да ли се средње вредности хормона ФТ4 у овим градовима значајно разликују.





**Решење**:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Резултати:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Descriptives** | | | | | | | | |
| FT4 | | | | | | | | |
|  | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error | 95% Confidence Interval for Mean | | Minimum | Maximum |
| Lower Bound | Upper Bound |
| Grad 1 | 6 | 13,33 | 3,204 | 1,308 | 9,97 | 16,70 | 9 | 17 |
| Grad 2 | 7 | 12,57 | 2,699 | 1,020 | 10,08 | 15,07 | 9 | 17 |
| Grad 3 | 5 | 12,40 | 2,966 | 1,327 | 8,72 | 16,08 | 9 | 17 |
| Total | 18 | 12,78 | 2,798 | ,660 | 11,39 | 14,17 | 9 | 17 |

У овој табели дати су подаци о свакој групи (број испитаника, средње вредности, стандардно одступање...). Проверити да ли су тачни бројеви испитаника у свакој групи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Test of Homogeneity of Variances** | | | |
| FT4 | | | |
| Levene Statistic | df1 | df2 | **Sig.** |
| ,173 | 2 | 15 | **,843** |

Овде је приказан Левенов тест хомогности варијансе. помоћу којег испитујемо једнакост варијансе у резултатима у свакој од три групе. Величина значајности је 0,843 што је веће од 0,05 тако да нисмо прекршили претпоставку о једнакости варијансе.

Да је прекршена претпоставка о хомогености варијансе, онда би се резултати гледали из табеле Robust Tests of Equality of Means.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Robust Tests of Equality of Means** | | | | |
| FT4 | | | | |
|  | Statistica | df1 | df2 | Sig. |
| Welch | ,139 | 2 | 9,262 | ,872 |
| Brown-Forsythe | ,162 | 2 | 13,684 | ,852 |
| a. Asymptotically F distributed. | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ANOVA** | | | | | |
| FT4 | | | | | |
|  | Sum of Squares | df | Mean Square | F | **Sig.** |
| Between Groups | 2,863 | 2 | 1,432 | ,165 | **,850** |
| Within Groups | 130,248 | 15 | 8,683 |  |  |
| Total | 133,111 | 17 |  |  |  |

С обзиром да је значајност 0,850 већа од 0,05, закључујемо да не постоји статистички значајна разлика између средњих вредности хормона ФТ4 у ова три града.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Multiple Comparisons** | | | | | | |
| Dependent Variable: FT4 | | | | | | |
| Tukey HSD | | | | | | |
| (I) Grad | (J) Grad | Mean Difference (I-J) | Std. Error | **Sig.** | 95% Confidence Interval | |
| Lower Bound | Upper Bound |
| Grad 1 | Grad 2 | ,762 | 1,639 | **,889** | -3,50 | 5,02 |
| Grad 3 | ,933 | 1,784 | **,861** | -3,70 | 5,57 |
| Grad 2 | Grad 1 | -,762 | 1,639 | **,889** | -5,02 | 3,50 |
| Grad 3 | ,171 | 1,725 | **,995** | -4,31 | 4,65 |
| Grad 3 | Grad 1 | -,933 | 1,784 | **,861** | -5,57 | 3,70 |
| Grad 2 | -,171 | 1,725 | **,995** | -4,65 | 4,31 |

Значајност је већа од 0,05 између било која од ова три града, тако да се вредности хормона ФТ4 не разликују значано.

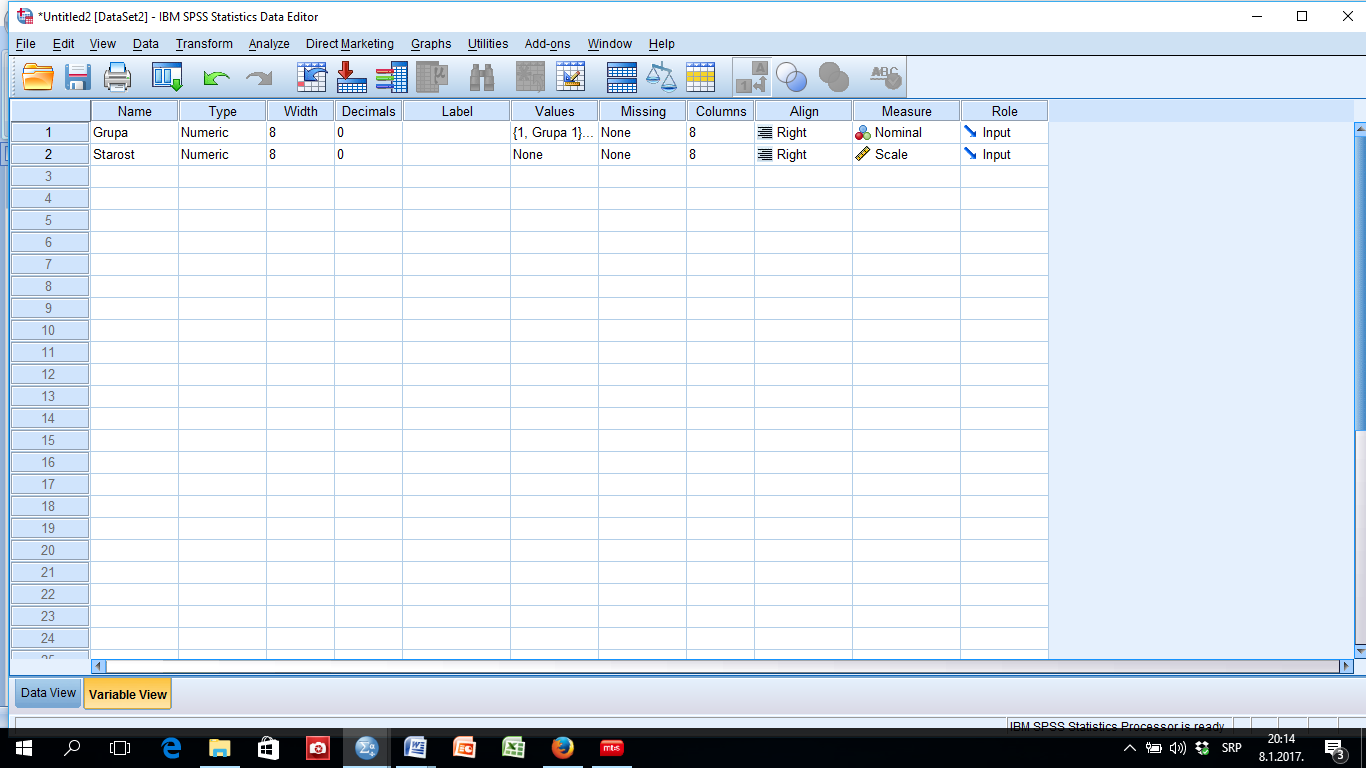
**Пример 3**:

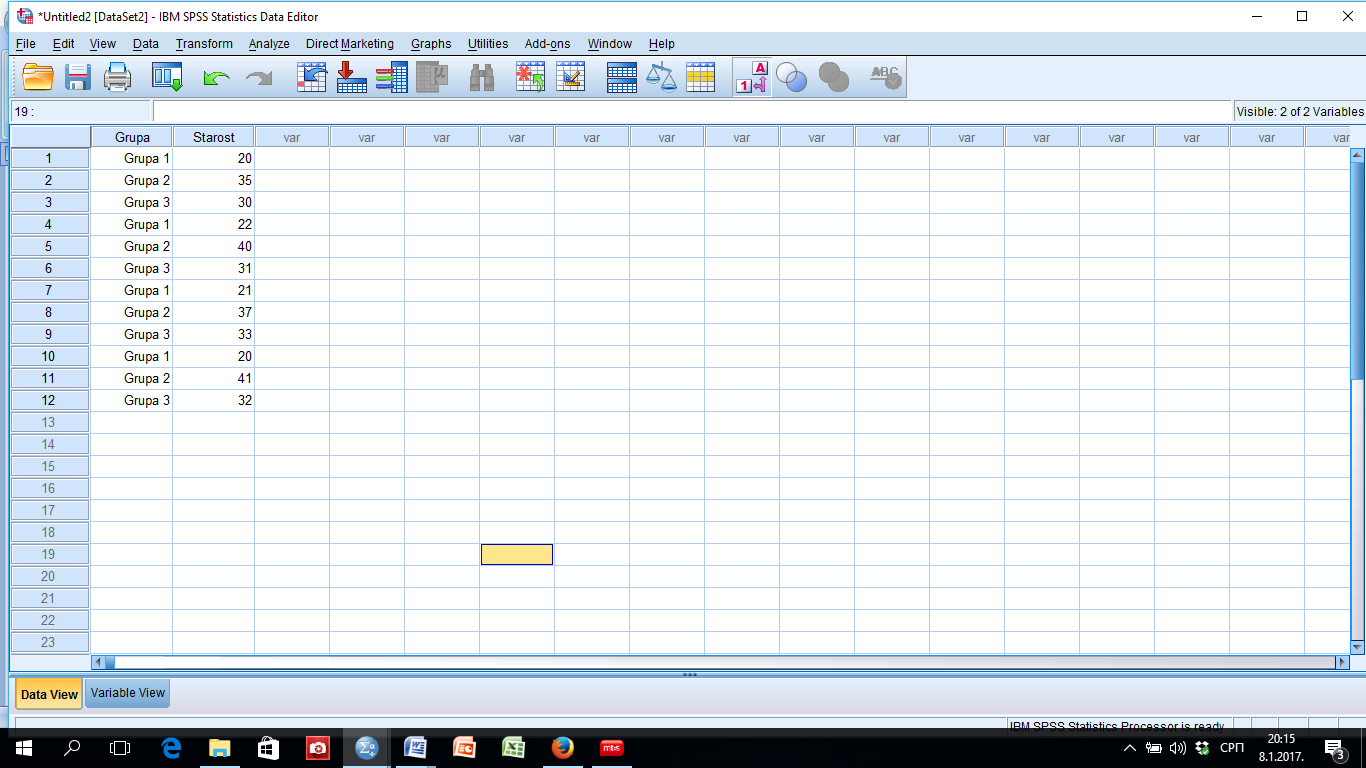
На случајан начин узет је узорак од 11 испитаника и мерена им је висина, при чему су добијени следећи резултати:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Група | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| Старост | 20 | 35 | 30 | 22 | 40 | 31 | 21 | 37 | 33 | 20 | 41 | 32 |

Одредити зависност између висине и старости испитаника.

**Датотека с подацима**:





**Решење**:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Резултати:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Descriptives** | | | | | | | | |
| Starost | | | | | | | | |
|  | N | **Mean** | Std. Deviation | Std. Error | 95% Confidence Interval for Mean | | Minimum | Maximum |
| Lower Bound | Upper Bound |
| Grupa 1 | 4 | **20,75** | ,957 | ,479 | 19,23 | 22,27 | 20 | 22 |
| Grupa 2 | 4 | **38,25** | 2,754 | 1,377 | 33,87 | 42,63 | 35 | 41 |
| Grupa 3 | 4 | **31,50** | 1,291 | ,645 | 29,45 | 33,55 | 30 | 33 |
| Total | 12 | 30,17 | 7,709 | 2,225 | 25,27 | 35,06 | 20 | 41 |

У овој табели дати су подаци о свакој групи (број испитаника, средње вредности, стандардно одступање...). Проверити да ли су тачни бројеви испитаника у свакој групи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Test of Homogeneity of Variances** | | | |
| Starost | | | |
| Levene Statistic | df1 | df2 | **Sig.** |
| 5,813 | 2 | 9 | **,024** |

Овде је приказан Левенов тест хомогности варијансе. помоћу којег испитујемо једнакост варијансе у резултатима у свакој од три групе. Величина значајности је 0,024 што је мање од 0,05 тако да је прекршена претпоставка о хомогености једнакости варијансе.

Сада се резултати гледају из табеле Robust Tests of Equality of Means.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Robust Tests of Equality of Means** | | | | |
| Starost | | | | |
|  | Statistica | df1 | df2 | **Sig.** |
| Welch | 120,510 | 2 | 5,436 | **,000** |
| Brown-Forsythe | 91,943 | 2 | 5,073 | **,000** |
| a. Asymptotically F distributed. | | | | |

С обзиром да је значајност 0,000 мања од 0,05, закључујемо да постоји статистички значајна разлика између средњих вредности за старост између ове три групе.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Multiple Comparisons** | | | | | | |
| Dependent Variable: Starost | | | | | | |
| Tukey HSD | | | | | | |
| (I) Grupa | (J) Grupa | Mean Difference (I-J) | Std. Error | **Sig.** | 95% Confidence Interval | |
| Lower Bound | Upper Bound |
| Grupa 1 | Grupa 2 | -17,500\* | 1,302 | **,000** | -21,13 | -13,87 |
| Grupa 3 | -10,750\* | 1,302 | **,000** | -14,38 | -7,12 |
| Grupa 2 | Grupa 1 | 17,500\* | 1,302 | **,000** | 13,87 | 21,13 |
| Grupa 3 | 6,750\* | 1,302 | **,001** | 3,12 | 10,38 |
| Grupa 3 | Grupa 1 | 10,750\* | 1,302 | **,000** | 7,12 | 14,38 |
| Grupa 2 | -6,750\* | 1,302 | **,001** | -10,38 | -3,12 |
| \*. The mean difference is significant at the 0.05 level. | | | | | | |

**Постоји статистички значајна разлика за старост између група 1 (20,75) и 2 (38,25) уз значајност 0,000, Постоји статистички значајна разлика за старост између група 1 (20,75) и 3 (31,50) уз значајност 0,000, Постоји статистички значајна разлика за старост између група 2 (38,25) и 3 (31,50) уз значајност 0,001.**